

ΛΥΣΕΙΣ - ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ ΕΞΕΤΑΣΗΣ

Θέμα 1ο (10)

Ένας βιομηχανικός ρομποτικός βραχίονας με τέσσερις βαθμούς ελευθερίας εκτελεί εργασία κοπής με ηλεκτρικό τόξο ακολουθώντας μια επίπεδη (διδιάστατη) κλειστή τροχιά. Ο BPB (μηχανισμός + εργαλείο) καθοδηγείται από πίνακα ελέγχου ο οποίος παράγει τις κατάλληλες εντολές (σήματα ελέγχου). Αναφέρατε αυτές τις, κατά τη γνώμη σας, αναγκαίες εντολές (ως πειεχόμενο πληροφορίας) και αιτολογείστε συνοπτικά την επιλογή σας.

Κάθε βαθμός ελευθερίας του BPB αντιστοιχεί σε έναν κινητήρα, ο οποίος αναλαμβάνει τη μετακίνηση της σχετικής άρθρωσης. Επομένως, ο πίνακας ελέγχου χρειάζεται να παράγει τέσσερα σήματα εντολής (μετακινήσεις), έτσι ώστε οι συνδυασμένες θέσεις των αρθρώσεων να σχηματίζουν, συγχρονισμένα, την προγραμματισμένη τροχιά του άκρου εργασίας για την εργασία κοπής.

Επίσης, κατά τη διαδρομή του άκρου εργασίας υπάρχουν τμήματα στα οποία η λειτουργία του φερόμενου εργαλείου πρέπει να ενεργοποιείται και άλλα στα οποία η κοπή πρέπει να διακόπτεται (π.χ. κατά τη μετάβαση στην αρχή, ή στο τέλος της κατεργασίας όταν η τροχιά "κλείσει" και το άκρο εργασίας επανέλθει στην αρχική θέση). Επομένως, ο πίνακας ελέγχου χρειάζεται επιπλέον να παράγει την εντολή ενεργοποίησης (on/off) του εργαλείου κοπής.

Επομένως, οι αναγκαίες εντολές είναι, κατ'ελάχιστο, τα ανωτέρω πέντε σήματα ελέγχου.

Θέμα 2ο (25)

Δώστε την αναλυτική περιγραφή και την προσεγγιστική γεωμετρική μορφή του χώρου εργασίας για διδιάστατο μηχανισμό ο οποίος περιγράφεται από κινηματική αλυσίδα ως ακολούθως:

| Στοιχείο | Μέγεθος | Παρατηρήσεις |
|-----------------------|----------|--------------------------------------|
| L0 βάση | | όριο παράλληλο με {χ}, αποκλείει y<0 |
| A0 πρισματική άρθρωση | [-1, 4] | cm, κατά τον άξονα {y} |
| L1 σύνδεσμος | 1 | cm |
| A1 στροφική άρθρωση | [0, π/2] | rad, θετική αντίθετα με ΦΔΩ |
| L2 σύνδεσμος | 4 | cm, καταλήγει στο άκρο εργασίας AE |

Λόγω της πρισματικής σύνδεσης A0 του συνδέσμου L1 με τη βάση, η άρθρωση A1, η οποία βρίσκεται στο άκρο του συνδέσμου L1, κινείται επί του άξονα {y} μεταξύ των τετμημένων $y=1-1=0$ και $y=1+4=5$.

Επίσης, λόγω της στροφικής άρθρωσής του με το σύνδεσμο L1, ο σύνδεσμος L2 διαγράφει τόξο 90° (περιορισμός γωνίας 0...π/2 "αριστερόστροφα" δηλαδή αντίθετα με ΦΔΩ) στο τεταρτημόριο {x≤0, y≥0}, με κέντρο την εκάστοτε θέση της άρθρωσης A1. Το άκρο εργασίας βρίσκεται στην κατάληξη του συνδέσμου L2, δηλαδή σε απόσταση από το κέντρο (ακτίνα) ίση με το μήκος του συνδέσμου L2=4. Αναλυτικά:

$$x^2 + (y-5)^2 \leq 16 \quad (\alpha)$$

$$x^2 + y^2 \geq 16 \quad (\beta)$$

$$0 \geq x \geq -4 \quad (\gamma)$$

$$y \geq 0 \quad (\delta)$$

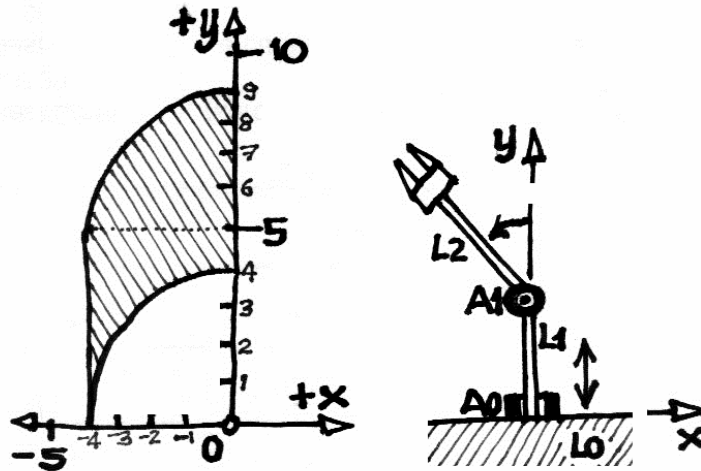
(α) εσωτερικό του "άνω" ορίου, δηλαδή τόξου, ακτίνας 4, όταν η άρθρωση A0 βρίσκεται σε πλήρη έκταση και η άρθρωση A1 τοποθετηθεί στο "ανώτερο" σημείο της διαδρομής της

(β) αναλόγως, εξωτερικό του "κάτω" ορίου, δηλαδή τόξου ακτίνας 4, όταν η άρθρωση A1 βρίσκεται στο "κατώτατο" σημείο της διαδρομής της

(γ) όρια κατά $\{x\}$ όταν η άρθρωση A1 έχει τη ελάχιστη επιτρεπόμενη τιμή (σύνδεσμοι L1 και L2 σε ευθεία) και τη μεγαλύτερη επιτρεπόμενη τιμή (σύνδεσμοι L1 και L2 σε ορθή γωνία), αντίστοιχα

(δ) περιορισμός κατά τον άξονα $\{y\}$, μή εισχώρησης στη βάση L0.

Η προσεγγιστική γεωμετρική μορφή του χώρου εργασίας και η διάταξη του μηχανισμού απεικονίζονται σχηματικά κατωτέρω.



Θέμα 3ο (30)

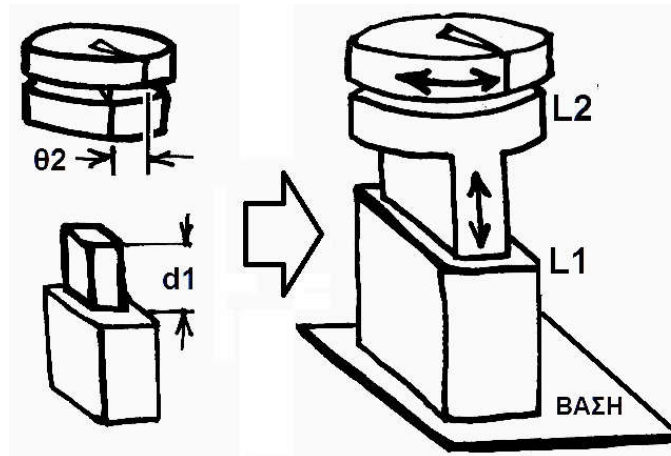
Ένας τρισδιάστατος μηχανισμός αποτελούμενος από δύο συνδέσμους περιγράφεται σύμφωνα με τη σύμβαση DH (Denavit-Hartenberg) από τις κατωτέρω παραμέτρους:

| Σύνδεσμος | a (μήκος) | β (στρέψη) | d (περιθώριο) | θ (γωνία) |
|-----------|-----------|------------------|---------------|------------------|
| L1 | 0 | 0 | d1 | 0 |
| L2 | 0 | 0 | 0 | θ_2 |

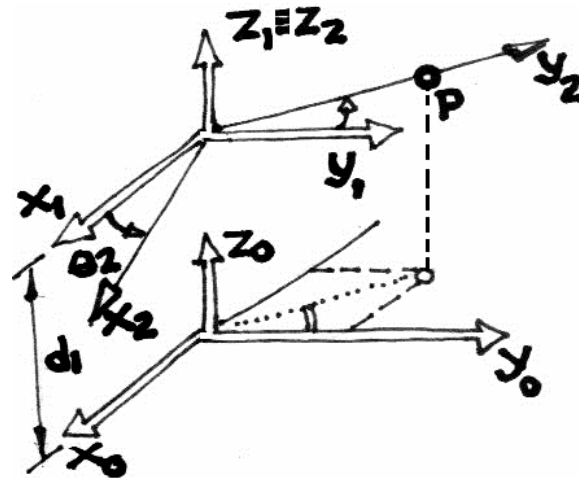
(α) Απεικονίστε προσεγγιστικά τη γεωμετρική μορφή του μηχανισμού στο χώρο (σύστημα συντεταγμένων) της βάσης L0.

(β) Έστω σημείο P με θέση (0,1,0) στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων του συνδέσμου L2. Υπολογίστε τη θέση του σημείου στο σύστημα συντεταγμένων της βάσης όταν οι αρθρώσεις του μηχανισμού έχουν τιμές $d_1=2.5$ και $\theta_2=16\text{deg}$.

(α) Ο μηχανισμός αποτελείται από έναν πρισματικό (L1) και ένα στροφικό σύνδεσμο (L2). Η γεωμετρική μορφή του απεικονίζεται προσεγγιστικά κατωτέρω.



(β) Εποπτική επίλυση, με βάση τη σχετική θέση των συστημάτων συντεταγμένων, όπως απεικονίζεται στο σχήμα κατωτέρω.



$Pz_0=2.5$ διότι το σημείο P ανήκει στο επίπεδο $\{xy_2\}$, το οποίο είναι παράλληλο προς το επίπεδο $\{xy_0\}$ και απέχει "κατακόρυφα" κατά $d_1+d_2=2.5$ από το επίπεδο $\{xy_0\}$. Επίσης, το σημείο P προβάλλεται στο επίπεδο $\{xy_0\}$ στο άκρο διανύσματος με μήκος 1 (τετμημένη Py_2) και γωνία $\theta_2=16\text{deg}=0.28\text{rad}$ ως προς τον άξονα $\{y_0\}$. Η προβολή του σημείου P στους άξονες $\{x_0\}$ και $\{y_0\}$ δίνει τις συντεταγμένες: $Px_0=1 \cdot (-\sin\theta_2) \approx -\theta_2 = -0.28$ και $Py_0=1 \cdot (\cos\theta_2) \approx 1 - \theta_2^2/2 = 0.96$. Επομένως, για τις δεδομένες τιμές (μετακινήσεις) των αρθρώσεων, το σημείο P βρίσκεται στη θέση $(-0.28, 0.96, 2.5)$ στο σύστημα συντεταγμένων της βάσης $\{L_0\}$.

(β') Αναλυτικός υπολογισμός με εφαρμογή των πινάκων μετασχηματισμού. Ο πίνακας μετασχηματισμού H_{01} από το σύστημα συντεταγμένων $\{L_1\}$ στο σ.σ. $\{L_0\}$ έχει τη διαμόρφωση (κατά τα δεδομένα της εκφώνησης, $\alpha_1=\beta_1=\theta_1=0$ και $d_1=2.5$):

$$H_{01} = \begin{bmatrix} \cos(0) & -\sin(0) \cdot \cos(0) & \sin(0) \cdot \sin(0) & 0 \cdot \cos(0) \\ \sin(0) & \cos(0) \cdot \cos(0) & -\cos(0) \cdot \sin(0) & 0 \cdot \sin(0) \\ 0 & \sin(0) & \cos(0) & 2.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Κατ'ανάλογο τρόπο σχηματίζεται και ο πίνακας μετασχηματισμού H_{12} από το σ.σ. $\{L_2\}$ στο σ.σ. $\{L_1\}$ (κατά τα δεδομένα της εκφώνησης, $\alpha_2=\beta_2=d_2=0$ και $\theta_2=16\text{deg}$ δηλ $\theta \approx 0.28\text{rad}$ επομένως $\sin\theta_2 \approx 0.28$ και $\cos\theta_2 \approx 0.96$). Οι πίνακες υπολογίζονται ως:

$$H_{01} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad H_{12} = \begin{bmatrix} 0.96 & -0.28 & 0 & 0 \\ 0.28 & 0.96 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Σύμφωνα με την εκφώνηση, οι γενικευμένες συντεταγμένες του σημείου P στο σ.σ. $\{L_2\}$ είναι $p_2=[0, 1, 0, 1]^T$. Αυτές οι γεν. συντεταγμένες μεταφέρονται στο σ.σ. $\{L_1\}$ μέσω του μετασχηματισμού H_{12} , δηλαδή $p_1=H_{12} \cdot p_2=[-0.28, 0.96, 0, 1]^T$. Επ'αλλάηλα, οι γεν. συντεταγμένες p_1 μεταφέρονται στο σ.σ. $\{L_0\}$ μέσω του μετασχηματισμού H_{01} , δηλαδή $p_0=H_{01} \cdot p_1=[-0.28, 0.96, 2.5, 1]^T$. Επομένως, για τις δεδομένες τιμές (μετακινήσεις) των αρθρώσεων, στο σύστημα συντεταγμένων της βάσης $\{L_0\}$, το σημείο P βρίσκεται στη θέση $(-0.28, 0.96, 2.5)$.

Θέμα 4ο (35)

Το άκρο εργασίας ενός BPB κινείται σε ευθύγραμμη τροχιά η οποία διέρχεται από τα εξής σημεία, σε χρονικές στιγμές που ισαπέχουν με χρονικό βήμα 1s:

| Σημείο: | A | B | Γ | Δ | E |
|-----------|-----|-----|-----|-----|-----|
| θέση [cm] | 0.5 | 1.8 | 4.1 | 5.9 | 9.7 |

- (α) Υπολογίστε κατάλληλες πολυωνυμικές τροχιές παρεμβολής (ελεύθερη μεταβλητή ο χρόνος $t=0,1,2$) χωριστά για το τμήμα {A, B, Γ} και για το τμήμα {Γ, Δ, E}.
- (β) Χρησιμοποιείστε τις πολυωνυμικές εκφράσεις, για να υπολογίσετε την ταχύτητα στο κοινό σημείο Γ (τελευταίο σημείο του πρώτου τμήματος και πρώτο του δεύτερου).
- (γ) Εάν η μάζα του άκρου εργασίας είναι 2kg, υπολογίστε την απαιτούμενη μέση δύναμη (πρόσημο και τιμή σε μονάδα N) κατά τη διέλευση από το σημείο Γ (υποθέσατε διάρκεια διέλευσης 1s), έτσι ώστε η ταχύτητα να προσαρμόζεται δυναμικά μεταξύ των δύο τροχιών παρεμβολής.

Κάθε τμήμα (ΑΒΓ και ΓΔΕ) έχει τρία σημεία, επομένως η αντίστοιχη τροχιά παρεμβολής της θέσης εκφράζεται με πολυώνυμο 2ου βαθμού. Επίσης, εφόσον η παρεμβολή υπολογίζεται χωριστά για κάθε τμήμα, ο χρόνος παίρνει κάθε φορά τιμές {0,1,2}.

Παρεμβολή για το τμήμα ΑΒΓ:

$$\text{πολυώνυμο: } A(t)=t^2 \cdot a_2 + t \cdot a_1 + a_0$$

$$A(0)=a_0=0.5$$

$$A(1)=a_2+a_1+a_0=1.8 \rightarrow a_2+a_1=1.3$$

$$A(2)=4a_2+2a_1+a_0=4.1 \rightarrow 4a_2+2a_1=3.6$$

$$\text{λύση: } a_2=0.5 \quad a_1=0.8 \quad a_0=0.5$$

$$A'(t)=2t \cdot a_2 + a_1 \rightarrow A'(t)=t+0.8$$

Στο σημείο Γ, $t=2$ και επομένως η ταχύτητα είναι $A'(2)=2.8$

Παρεμβολή για το τμήμα ΓΔΕ:

$$\text{πολυώνυμο: } B(t)=t^2 \cdot \beta_2 + t \cdot \beta_1 + \beta_0$$

$$B(0)=\beta_0=4.1$$

$$B(1)=\beta_2+\beta_1+\beta_0=5.9 \rightarrow \beta_2+\beta_1=1.8$$

$$B(2)=4\beta_2+2\beta_1+\beta_0=9.7 \rightarrow 4\beta_2+2\beta_1=5.6$$

$$\text{λύση: } \beta_2=1.0 \quad \beta_1=0.8 \quad \beta_0=4.1$$

$$B'(t)=2t\beta_2+\beta_1 \rightarrow B'(t)=2t+0.8$$

Στο σημείο Γ, $t=0$ και επομένως η ταχύτητα είναι $B'(0)=0.8$

Σύμφωνα με τις παραπάνω πολυωνυμικές παρεμβολές για τη θέση (σε cm), κατά τη διέλευση από το σημείο Γ η ταχύτητα μεταβάλλεται κατά $\Delta v=0.8-2.8=-2.0\text{cm/s}$. Αυτή η αλλαγή συντελείται σε χρονικό διάστημα $T=1\text{s}$ (η διάρκεια διέλευσης). Συνεπώς η επιτάχυνση είναι προσεγγιστικά $\Delta v/T$, δηλαδή $a=-2.0\text{cm/s}^2$ ή -0.02m/s^2 . Η απαιτούμενη δύναμη, η οποία αντιστοιχεί στη μάζα του άκρου εργασίας, είναι $F=m \cdot a=(2)\times(-0.02)$ ή $F=-0.04\text{N}$. Η δύναμη έχει αρνητικό πρόσημο, δηλαδή είναι αντίθετη στην κατεύθυνση της κίνησης, διότι αντιστοιχεί σε επιβράδυνση.

ΣΗΜ: βλ. επίσης ενδεικτικές λύσεις ανάλογων θεμάτων προηγούμενων εξετάσεων (π.χ. αρχείο RobExans1409.pdf για την εξεταστική περίοδο Σεπτ. 2014).